Corrigé

1. f est une somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, elle est donc dérivable et continue sur $\mathbb{R}$. Sa dérivée est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = 3x^2 + 1$. On a donc, pour tout réel x, $f'(x) > 0$. On en déduit le tableau de variations suivant.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
f	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

2. f est continue et strictement croissante sur $[-1; 0]$. De plus, $f(-1) = -1$ et $f(0) = 1$. Comme $0 \in [-1\ ;\ 1]$, d'après un corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[-1\ ;\ 0]$.

3. Comme $f(-1) = -1$ et $f(0) = 1$, pour tout $k \in [-1\ ;\ 1]$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution sur $[-1\ ;\ 0]$.